

---

## Algorithmische Bioinformatik II

---

Abgabetermin: Freitag, den 15. November, 12<sup>00</sup>

Betrachte für die ersten beiden Aufgaben das Problem MINPARTITION und das darauf folgende Approximationsschema PTAS\_MinPartition.

### MINPARTITION

**Eingabe:** Ein Folge  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n$ .

**Lösung:** Ein Teilmenge  $I \subseteq [1 : n]$ .

**Optimum:** Minimiere  $\mu(I, n) := \max\{\sum_{i \in I} x_i, \sum_{i \in [1:n] \setminus I} x_i\}$ .

---

PTAS\_MinPartition  $((x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n, \varepsilon \in (0, 1))$

---

Sortiere  $(x_1, \dots, x_n)$ , s.d.  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$  gilt;

$k(\varepsilon) := \min\{n, \lceil (1 - \varepsilon)/\varepsilon \rceil\}$ ;

$I := \emptyset$ ;

// Finde optimale Lösung  $I$  für  $(x_1, \dots, x_{k(\varepsilon)})$

**foreach**  $(J \subseteq [1 : k(\varepsilon)])$  **do**

**if**  $(\mu(J, k(\varepsilon)) < \mu(I, k(\varepsilon)))$  **then**  $I := J$ ;

// Erweitere  $I$  zu einer Lösung für  $(x_1, \dots, x_n)$

**for**  $(j := k(\varepsilon); j < n; j++)$  **do**

**if**  $(\sum_{i \in I} x_i \leq \sum_{i \in [1:j] \setminus I} x_i)$  **then**  $I := I \cup \{j + 1\}$ ;

**return**  $I$ ;

---

### Tutoraufgabe 1 (Vorbereitung bis zum 13.11.19)

Zeige, dass PTAS\_MinPartition die Approximationsgüte  $1 + \varepsilon$  besitzt.

*Hinweis:* Betrachte das zuletzt in die größere Menge aufgenommene Element  $x_\ell$ . Zeige, dass die Partition optimal ist, falls  $\ell \leq k(\varepsilon)$ , bzw. dass die geforderte Approximationsgüte erfüllt wird, falls  $\ell > k(\varepsilon)$ .

### Aufgabe (Notenbonus) 1

Schätze die Laufzeit von PTAS\_MinPartition in Abhängigkeit von  $n$  und  $\varepsilon$  möglichst genau ab.

### Aufgabe (Notenbonus) 2

Zeige, dass E3SAT  $\mathcal{NP}$ -hart ist.

### E3SAT

**Eingabe:** Eine Boolesche Formel  $F$  in 3-konjunktiver Normalform, wobei jede Klausel aus **genau 3 verschiedenen** Literalen besteht.

**Ausgabe:** Gibt es eine Belegung  $B$  von  $V(F)$ , so dass  $\mathcal{I}_B(F) = 1$ ?