

Übungen zur Algorithmischen Bioinformatik II

Klausurvorbereitungsblatt

Hinweis: Bei diesem Blatt handelt sich um ein reines Klausurvorbereitungsblatt. Die Aufgaben zählen nicht zum Noten-Bonus und werden weder korrigiert noch in der Übung besprochen.

1. Aufgabe:

Sei $Z_n \in [1 : 6]$ eine Zufallsvariable, die dem Ausgang des n -ten Wurf eines Würfels entspricht (wobei alle sechs Ausgänge gleichwahrscheinlich sind). Betrachten Sie

$$X_n = \left(\sum_{i=1}^n Z_i \right) \bmod 4.$$

- (a) Zeigen Sie, dass $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Markov-Kette ist.
- (b) Bestimmen Sie das zugehörige Markov-Modell (Q, P, π) .
- (c) Bestimmen Sie die stationäre Verteilung.
- (d) Zeigen Sie, dass das Markov-Modell ergodisch ist.

2. Aufgabe:

Gegeben sei eine Markov-Kette mit folgender Übergangsmatrix:

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 1/2 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/2 \\ 1/6 & 1/2 & 1/6 & 1/6 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die stationäre Verteilung für diese Markov-Kette und das zugehörige ν . Zeigen oder widerlegen Sie, dass die Markov-Kette ergodisch ist.