Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Sommersemester 2024
Übungsblatt 8
26. Juni 2024

Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

Abgabetermin: Samstag, den 6. Juli, 10^{00} in Moodle

Tutoraufgabe 1 (Vorbereitung bis zum 04.07.24)

Sei D eine streng ultrametrische Matrix und sei $G(D)$ der zugehörige gewichtete ungerichtete Graph. Zeige, dass es einen minimalen Spannbaum von $G(D)$ gibt, der ein Pfad ist.

Aufgabe 2

Beweise oder widerlege:

a) $d(x, y) = (1 - \delta_{x,y}) \cdot (x^2 + y^2)$ ist eine Metrik bzw. Ultra-Metrik auf $\mathbb{R}$.

b) $d(x, y) = (1 - \delta_{x,y}) \cdot \max\{x^2, y^2\}$ ist eine Metrik bzw. Ultra-Metrik auf $\mathbb{R}$.

Hinweis: Für das Kronecker-Delta $\delta_{x,y}$ gilt $\delta_{x,y} = 1$, falls $x = y$, und $\delta_{x,y} = 0$ sonst.

Aufgabe 3

Gegeben seien die 9×9-Matrizen M_1 und M_2. Entscheide, ob sie ultrametrisch sind oder nicht. Konstruiere dazu entweder mit dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus einen ultrametrischen Baum oder gib eine Begründung an, warum dies nicht möglich ist.

M_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	7	4	5	5	7	4	5	7
2		0	7	7	7	6	7	7	3
3			0	5	5	5	1	5	7
4				0	5	7	5	5	7
5					0	7	5	2	7
6						0	7	7	6
7							0	5	7
8								0	7
9									0

M_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	5	7	9	9	5	9	4	9
2		0	7	9	9	1	9	5	9
3			0	9	9	7	9	7	9
4				0	8	9	8	9	2
5					0	9	3	9	8
6						0	9	5	9
7							0	9	8
8								0	9
9									0