Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Sommersemester 2024
Semestralklausur
25. Juli 2024

Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

Vorname	Name	Matrikelnummer

Reihe	Platz	Unterschrift

Allgemeine Hinweise zur Semestralklausur

- Vor der Prüfung ist diese Seite mit Vornamen, Namen, Matrikelnummer, Reihe und Platz **leserlich mit Druckbuchstaben** zu versehen und zu unterschreiben.
- Bitte **nicht** in *roter* oder *grüner* Farbe bzw. **nicht** mit Bleistift schreiben.
- Der Studentenausweis und ein amtlicher Lichtbildausweis sind bereit zu halten.
- Die reine Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten**.
- Es sind insgesamt 40 Punkte zu erreichen, zum Bestehen sind 17 Punkte nötig.

Viel Erfolg!

Hörsaal verlassen von .... bis .... von .... bis ....

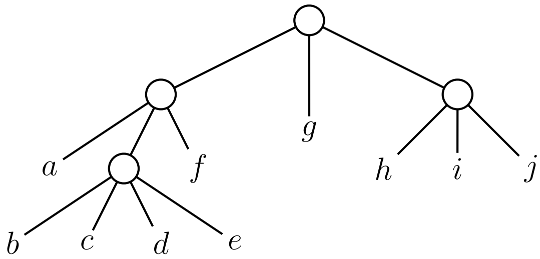
Vorzeitig abgegeben um ....

	Hz	A1	A2	A3	A4	A5	$\sum$
Erstkorrektur							
Nachkorrektur							
Zweitprüfer							

Vorname: ________________ Name: ________________ Matrikelnummer: ______________

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Betrachte den rechts abgebildeten PQR-Baum. Modifiziere diesen PQR-Baum gemäß den in der Vorlesung angegebenen Operationen, so dass der neue PQR-Baum zusätzlich noch die Restriktion $\{a, b, d, g, h, i, j\}$ erfüllt. Dabei sind alle Zwischenschritte anzugeben und zu dokumentieren.



Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Entscheide mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, ob die unten angegebene Merkmalsmatrix eine perfekte binäre Phylogenie besitzt oder nicht. Falls ja, konstruiere einen phylogenetischen Baum, ansonsten gib eine Begründung an, warum es keinen geben kann.

M	a	b	c	d	e	f
A	0	1	1	1	0	0
B	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Gegeben sei die folgende 6×6-Distanzmatrix D. Entscheide mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, ob D additiv ist oder nicht. Falls ja, dann konstruiere einen additiven Baum für D, ansonsten gib eine Begründung an, warum es keinen geben kann.

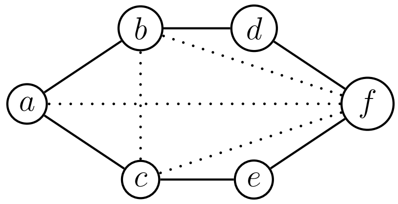
D	1	2	3	4	5	6
1	0	3	7	7	4	8
2		0	8	8	5	9
3			0	4	7	5
4				0	7	3
5					0	8
6						0

Vorname: ________________ Name: ________________ Matrikelnummer: ______________

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Sei (V, M, F) eine Eingabe für das *Bounded Degree Interval Sandwich Problem*, wobei

$$\begin{aligned} V &= \{a, b, c, d, e, f\}, \\ M &= \Big\{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, d\}, \{c, e\}, \{d, f\}, \{e, f\}\Big\}, \\ F &= \Big\{\{a, f\}, \{b, c\}, \{b, f\}, \{c, f\}\Big\}. \end{aligned}$$



a) Weise anhand der Definition nach, dass $X = \{a, b, c, d\} \subsetneq V$ ein 4-zulässiger Kern ist.

b) Betrachte den 4-zulässigen Kern $X = \{a, b, c, d\} \subsetneq V$. Lässt sich dieser gemäß des Erweiterungslemmas zu einem Layout für $Y = X \cup \{e\}$ mit $d = 4$ erweitern?

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Sei D eine $n \times n$-Distanzmatrix und sei $G(D) = (V, E, \gamma)$ der zu D gehörige gewichtete ungerichtete Graph, wobei $V = [1 : n]$, $E := \binom{V}{2} := \{\{v, w\} : v \neq w \in V\}$ und $\gamma(v, w) = D(v, w)$.

Zeige, dass D genau dann ultrametrisch ist, wenn es in jedem einfachen Kreis in $G(D)$ mindestens zwei Kanten mit maximalem Gewicht gibt.

Hinweis: In einem einfachen Kreis $C = (v_1, \ldots, v_\ell)$ der Länge ℓ haben genau dann mindestens zwei Kanten maximales Gewicht in C, wenn es $j \neq k \in [1 : \ell]$ gibt, so dass

$$\gamma(v_j, v_{j+1}) = \gamma(v_k, v_{k+1}) = \max\{\gamma(v_i, v_{i+1}) : i \in [1 : \ell]\},$$

wobei $v_{\ell+1} = v_1$ gilt.