Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Volker Heun

Sommersemester 2020
Semestralklausur
13. August 2020

Algorithmische Bioinformatik: Bäume und Graphen

Vorname	Name	Matrikelnummer

Reihe	Platz	Unterschrift

Hiermit stimme ich einer Veröffentlichung meines Klausurergebnisses dieser Semestralklausur unter Verwendung meiner Matrikelnummer im Internet zu. *Ja* ☐ *Nein* ☐

____
(Unterschrift)

Allgemeine Hinweise zur Semestralklausur

- Vor der Prüfung ist diese Seite mit Vornamen, Namen, Matrikelnummer, Reihe und Platz **leserlich mit Druckbuchstaben** zu versehen und zu unterschreiben.
- Bitte **nicht** in *roter* oder *grüner* Farbe bzw. **nicht** mit Bleistift schreiben.
- Der Studentenausweis und ein amtlicher Lichtbildausweis sind bereit zu halten.
- Die reine Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten**.
- Es sind insgesamt 40 Punkte zu erreichen, zum Bestehen sind 17 Punkte nötig.

Viel Erfolg!

Hörsaal verlassen von .... bis .... von .... bis ....

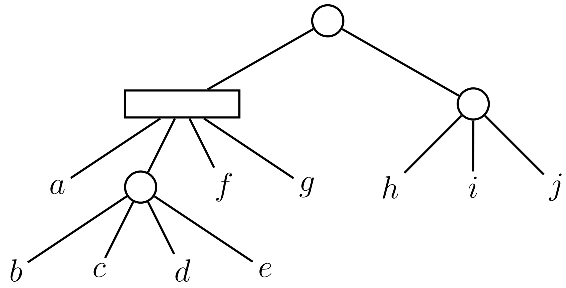
Vorzeitig abgegeben um ....

	Hz	A1	A2	A3	A4	A5	$\sum$
Erstkorrektur							
Nachkorrektur							
Zweitprüfer							

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Betrachte den rechts abgebildeten PQ-Baum. Modifiziere diesen PQ-Baum gemäß den in der Vorlesung angegebenen Operationen, so dass der neue PQ-Baum zusätzlich noch die Restriktion $\{a, b, e, h, j\}$ erfüllt. Dabei sind alle Zwischenschritte anzugeben und zu dokumentieren.



Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Entscheide mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, ob die unten angegebene Merkmalsmatrix eine perfekte binäre Phylogenie besitzt oder nicht. Falls ja, konstruiere einen phylogenetischen Baum, ansonsten gib eine Begründung an, warum es keinen geben kann.

M	a	b	c	d	e	f
A	0	1	1	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	1	0	1
D	1	0	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Gegeben seien die beiden folgenden 6×6-Distanzmatrizen D_ℓ und D_h. Entscheide mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, ob es eine ultrametrische Matrix $D \in [D_\ell, D_h]$ gibt oder nicht. Gib ggf. die resultierende ultrametrische Matrix D an.

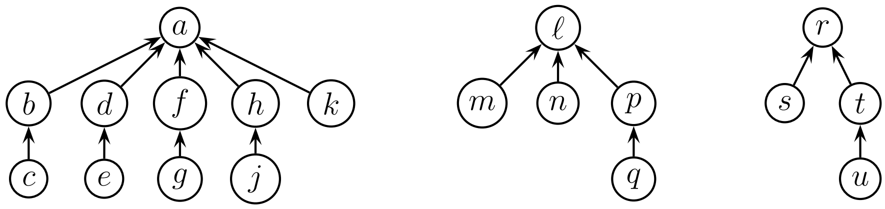
D_ℓ	1	2	3	4	5	6
1	0	4	1	3	5	6
2		0	5	5	2	3
3			0	2	4	6
4				0	4	4
5					0	3
6						0

D_h	1	2	3	4	5	6
1	0	6	2	7	9	7
2		0	6	9	3	7
3			0	6	5	7
4				0	7	4
5					0	8
6						0

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Betrachte den unten angegebenen Zustand einer Union-Find-Datenstruktur:



a) Führe die folgenden Operationen (mit Pfadkompression) einzeln auf dieser aus:

$$\texttt{Union}(\texttt{Find}(p),\texttt{Find}(s)), \quad \texttt{Union}(\texttt{Find}(j),\texttt{Find}(u)).$$

b) Gib den Rang und die Gruppe der folgenden Knoten für den finalen Zustand der Union-Find-Datenstruktur nach Ausführung der in a) angegebenen Befehle für die folgenden Knoten an:

$$a, \quad h, \quad j, \quad \ell, \quad r, \quad t, \quad u.$$

Nimm hierbei an, dass der oben angegebene Zustand der Union-Find-Datenstruktur ohne Pfadkompression entstanden ist.

Vorname: ______________ Name: ______________ Matrikelnummer: ____________

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Für einen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit $V = [1 : n]$ und $E \subseteq \binom{V}{2}$ sei die zugehörige *erweiterte Adjazenzmatrix* A wie folgt definiert: Es gilt genau dann $A_{i,j} = 1$, wenn $i = j$ oder $\{i, j\} \in E$.

Zeige, dass G genau dann ein echter Intervall-Graph ist, wenn A die Consecutive Ones Property erfüllt.

Hinweis: Beachte, dass bei der *erweiterten Adjazenzmatrix* eines ungerichteten Graphen auf der Diagonalen 1en statt 0en (wie in der normalen Adjazenzmatrix) stehen.