

Formale Sprachen und Komplexität, SS 18,
Prof. Dr. Volker Heun

Übungsblatt 8

Abgabe: bis Mo. 25.06.2018 8 Uhr

Formale Sprachen und Komplexität, SS 18
 Übungsblatt 8

Abgabe: bis Mo. 25.06.2018 8 Uhr

Nach Bearbeitung dieses Übungsblattes sollten Sie:

	Check
Einfache Abfragen (z.B. <i>if</i>) mit Hilfe von LOOP-, WHILE- und GOTO-Programmen simulieren können.	

Diese Ziele sind wichtige Hinweise für die Klausur!

Erlaubte Konstrukte für		
LOOP-Programme	WHILE-Programme	GOTO-Programme
$x_i := x_j + c$	$x_i := x_j + c$	$M_k: x_i := x_j + c$
$x_i := x_j - c$	$x_i := x_j - c$	$M_k: x_i := x_j - c$
$P_1 ; P_2$	$P_1 ; P_2$	$P_1 ; P_2$
LOOP x_i DO P END	WHILE $x_i \neq 0$ DO P END	$M_k: \text{GOTO } M_j$
		$M_k: \text{IF } x_i = c \text{ THEN GOTO } M_j$
		$M_k: \text{HALT}$
		jede Marke nur ein Mal

jeweils für $i, j, k \in \mathbb{N}$ und $c \in \mathbb{N}$

In allen Aufgaben sind diese Konstrukte genau in der angegebenen Form zu verwenden, keine Abkürzungen oder vereinfachenden Schreibweisen. Allerdings sind verständlichere Bezeichner für etwaige Hilfsvariablen erlaubt.

Aufgabe 8-1 schriftlich bearbeiten
LOOP-, WHILE-, GOTO-Programme

Geben Sie jeweils ein LOOP-Programm, ein WHILE-Programm und ein GOTO-Programm an, das die modifizierte Subtraktion für natürliche Zahlen berechnet. Jedes dieser Programme soll also die gleiche Wirkung haben wie die (in keinem der drei Berechnungsmodelle erlaubte) Zuweisung $x_0 := x_1 - x_2$, mit Ergebnis 0 falls der Wert von x_2 größer ist als der Wert von x_1 .

Aufgabe 8-2 schriftlich bearbeiten
WHILE-Programme

Simulieren Sie das Konstrukt

IF $x_i = 0$ THEN P_0 ELSE P_1 END

durch ein WHILE-Programm. Die Simulation soll auch dann funktionieren, wenn die in der Bedingung verwendete Variable in P_0 oder in P_1 vorkommt.

Aufgabe 8-3 LOOP-Programme

Geben Sie ein LOOP-Programm an, das die modifizierte Division für natürliche Zahlen berechnet. Das Programm soll also die gleiche Wirkung haben wie die (nicht erlaubte) Zuweisung $x_0 := x_1 \text{ DIV } x_2$. Zum Beispiel gilt:

$$\begin{aligned} 0 \text{ DIV } 3 &= 0, & 3 \text{ DIV } 3 &= 1, & 6 \text{ DIV } 3 &= 2, \\ 1 \text{ DIV } 3 &= 0, & 4 \text{ DIV } 3 &= 1, & 7 \text{ DIV } 3 &= 2 \\ 2 \text{ DIV } 3 &= 0, & 5 \text{ DIV } 3 &= 1, \end{aligned}$$

außerdem sei $n \text{ DIV } 0 = 0$.

Sie können die zusätzlichen Konstrukte $x_i := x_j - x_k$ und $\text{IF } x_i \neq 0 \text{ THEN } P \text{ END}$ verwenden (die durch LOOP-Programme mit den ursprünglichen Konstrukten simulierbar sind).

Aufgabe 8-4 schriftlich bearbeiten

Umkehrfunktion einer WHILE-berechenbaren Funktion

Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine WHILE-berechenbare Bijektion auf den natürlichen Zahlen. Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktion f^{-1} ebenfalls WHILE-berechenbar ist, indem sie ein entsprechendes Programm angeben.