Formale Sprachen und Komplexität, SS 18, Prof. Dr. Volker Heun

Übungsblatt 4

Abgabe: bis Mo. 28.05.2018 8 Uhr

Institut für Informatik **Ludwig-Maximilians-Universität München**
Prof. Dr. Volker Heun

Formale Sprachen und Komplexität, SS 18
Übungsblatt 4

Abgabe: bis Mo. 28.05.2018 8 Uhr

Nach Bearbeitung dieses Übungsblattes sollten Sie:

	Check
Reguläre Ausdrücke zu einer informell beschriebenen Sprache erstellen können.	
Das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen kennen.	
Mit Hilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen kontrapositiv Beweise führen können.	
Mit der Relation R_L auf einer formalen Sprache L umgehen können.	
Den Satz von Myhill-Nerode kennen und anwenden können.	
Den Minimalautomaten aus einem gegebenen Automaten konstruieren können.	

Diese Ziele sind wichtige Hinweise für die Klausur!

Aufgabe 4-1 schriftlich bearbeiten
reguläre Ausdrücke

Für alle regulären Ausdrücke α_1, α_2, α_3 gilt $L\Big(\ ((\alpha_1|\alpha_2)\ |\ \alpha_3)\ \Big) = L\Big(\ (\alpha_1\ |\ (\alpha_2|\alpha_3))\ \Big)$. Deshalb können Sie in dieser Aufgabe die Schreiberleichterung $(\alpha_1|\alpha_2|\alpha_3)$ anstelle der voll geklammerten Formen benutzen, aber ansonsten **nur Konstrukte aus der Definition der regulären Ausdrücke.**

Sei L die Sprache der Literale für Gleitpunktkonstanten wie `+314.15926535e-2` in Programmiersprachen. Dabei soll gelten: Alle Vorzeichen sind optional. Führende Nullen sind erlaubt (brauchen also keine Sonderbehandlung).
Vor und hinter dem Dezimalpunkt muss jeweils mindestens eine Ziffer stehen, aber es dürfen beliebig viele sein. Der Exponent-Anteil ab `e` darf entfallen, aber wenn er vorhanden ist, muss er mindestens eine Ziffer enthalten.

Geben Sie einen regulären Ausdruck β an, so dass $L(\beta) = L$ ist.

Aufgabe 4-2 schriftlich bearbeiten
Pumping Lemma (regulär)

Es sei $\Sigma = \{a, b\}$ und für $w \in \Sigma^*$ sei $|w|_a$ die Anzahl der a's und $|w|_b$ die Anzahl der b's im Wort w.
Sei $L = \Big\{\ w \in \Sigma^*\ \Big|\ |w|_a < |w|_b\ \Big\}$ die Menge aller Wörter, die mehr b's als a's enthalten.

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass L nicht vom Typ 3 (regulär) ist.

Aufgabe 4-3 Äquivalenzrelation R_L und Pumping-Lemma

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{b, c\}^* \cup \{a^k b^m c^m \mid k > 0,\ m > 0\}$

a) Zeigen Sie, dass der Index von R_L unendlich ist.

   Definition für $x, y \in \Sigma^*$:
   $x\ R_L\ y$ gdw. für alle $z \in \Sigma^*$ gilt $xz \in L \Leftrightarrow yz \in L$

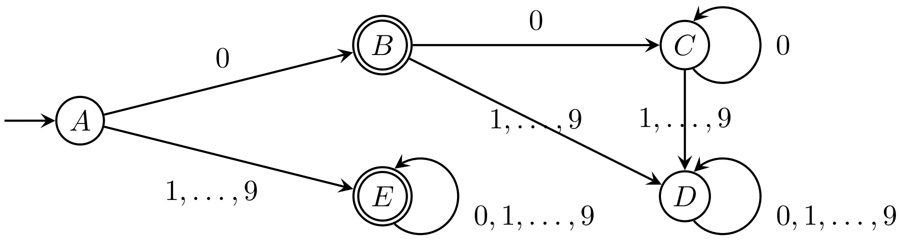
b) Zeigen Sie, dass L die Pumping-Lemma-Bedingung erfüllt, das heißt:

   $\exists n \in \mathbb{N}$ (Pumping-Lemma-Zahl von L) so dass
   $\forall z \in L$ mit $|z| \geq n$ gilt
   $\exists u,v,w \in \Sigma^*$ mit $z = uvw$ (Zerlegung von z) so dass
   1. $1 \leq |v|$
   2. $|uv| \leq n$
   3. $\forall i \in \mathbb{N}$ gilt $uv^iw \in L$.

c) Was bedeutet dieses Ergebnis für das Pumping-Lemma?

Aufgabe 4-4 schriftlich bearbeiten
Minimalautomat

Der folgende deterministische endliche Automat M akzeptiert die Menge aller natürlichen Zahlen in Dezimalschreibweise, aber ohne führende Nullen und ohne Vorzeichen. Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, A, \{B, E\})$ mit $Z = \{A, B, C, D, E\}$ und $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ und δ gegeben durch den Zustandsgraph:



Konstruieren Sie den Minimalautomaten nach dem Verfahren aus dem Buch (S. 38). (Häufig wird dieses Verfahren als Table-Filling Algorithmus bezeichnet)